dr. **Stanislav Praček**, univ. dipl. inž.
Univerza v Ljubljani, Naravoslovnotehniška fakulteta, Oddelek za tekstilstvo,
Snežniška 5, SI-1000 Ljubljana; e-pošta: stane.pracek@ntf.uni-lj.si

Izvirni znanstveni članek
Original Scientific Paper

Matematični model za simulacijo procesa odvijanja preje – 1. del: Valjasti navitki

Stabilnost procesa odvijanja preje ima neposreden vpliv na učinkovitost procesa in na kakovost končnega izdelka. Optimalna oblika navitka omogoča optimalno obliko balona ter majhno in enakomerno napetost pri visoki hitrosti odvijanja. Pri optimizaciji oblike si lahko pomagamo z računalniškim modeliranjem. Predstavljen je matematični model za simulacijo odvijanja preje z valjastih in stožčastih navitkov. Pokažemo, kako kot navijanja in kot stožca vplivata na kotno hitrost vrtenja preje okoli osi med navijanjem. Ker je centrifugalna sila na prejo v balonu odvisna od kotne hitrosti, ta hitrost močno vpliva na napetost, ki jo želimo zmanjšati.
Ključne besede: *matematični model navitka, kot navijanja, kot stožca, teorija balona.*

Mathematical Model for Simulating Yarn Unwinding from Packages Part 1: Cylindrical Packages

Stability of the unwinding process has a direct influence on the efficency of the process and on the quality of the final product. An optimal shape of the package leads to an optimal shape of the balloon and to small and steady tension even at high unwinding velocity. Computer modelling is a valuable tool in search of the optimal package shape. We demonstrate a mathematical model for simulating the unwinding from cylindrical and conic packages. We show how the winding angle and the apex angle influence the angular velocity of the yarn during the unwinding. Since the centrifugal forces on the yarn in the balloon depend on the angular velocity, this velocity has a large influence on the tension that we wish to reduce.
Keywords: *mathematical model of a package, winding angle, apex angle, balloon theory.*

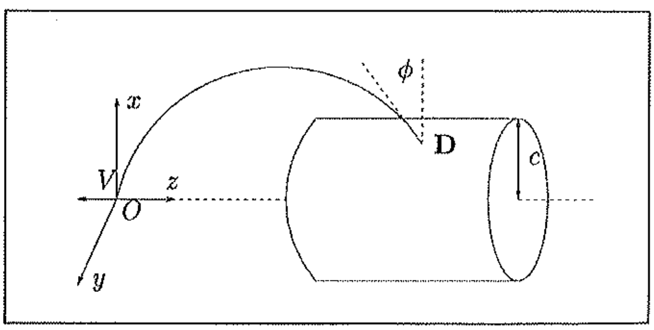
UDK: 519.87 : 677.023.2

1.0 UVOD

Pri odvijanju preje z navitkov pri snovanju ali tkanju si želimo doseči čim višje hitrosti odvijanja pri čim nižji napetosti v preji. Zato nas zanima, katera geometrija navitka in kot navijanja omogočata dosegati najvišje hitrosti pri še dopustnih vrednostih napetosti. Da lahko navitke primerjamo, moramo najprej pokazati, kako kot navijanja in kot stožca navitka vplivata na kotno hitrost vrtenja preje okoli osi, saj ta v veliki meri določa napetost v preji.

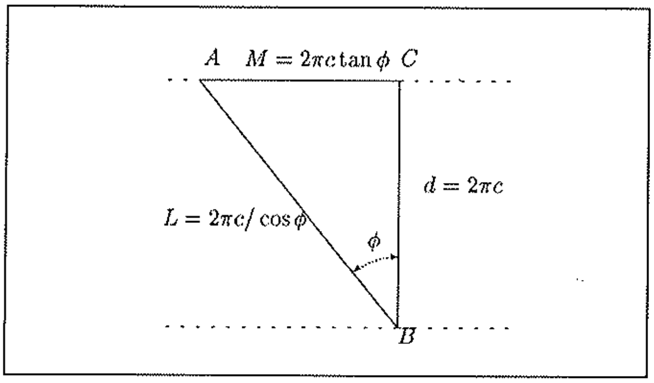
2.0 ODVISNOST KOTNE HITROSTI OD NAVIJALNEGA KOTA PRI VALJASTIH NAVITKIH

Obravnavamo odvijanje preje z valjastega navitka (slika 1), na katerem je preja v plasti, ki se trenutno odvija, navita z navijalnim kotom ϕ (sliki 2 in 3). Pokazali bomo, kako kot navijanja določa kotno hitrost ω, če poznamo še hitrost odvijanja V in radij navitka c. Izpeljava velja v kvazistacionarnem približku, ko se tipične količine, predvsem navijalni kot ϕ, zanemarljivo spremenijo v času ene periode gibanja balona okoli osi z.



Slika 1: Odvijanje preje z valjastega (cilindričnega) navitka

Valjasti navitek ima radij c, prejo pa odvijamo s hitrostjo V. V točki dviga **D** se preja dvigne s površine navitka in tvori balon. Kot ϕ je kot navijanja v točki dviga **D** (slika 1)



Slika 2: Prerez navitka vzdolž osi po premici tvorilki

Kot navijanja je pozitiven, če se pri odvijanju točka odvijanja giblje proti večjim koordinatam z (odvijanje nazaj). Kot navijanja je negativen, če se pri odvijanju točka odvijanja giblje proti manjšim koordinatam z (to je odvijanje naprej), slika 2.

Mislimo si, da valj prerežemo vzdolž osi, torej po premici tvorilki, in ga razgrnemo (slika 2). V času ene periode $t = 2\pi/\omega$ naredi balon en krog okoli osi. V istem času naredi tudi točka, kjer se preja dvigne z navitka v zrak in tvori balon (točka dviga), en krog okoli ovitka: točka dviga se torej premakne od točke A do točke B na razgrnjenem valju na sliki 2. Če bi točka dviga v času ene periode naredila več ali manj kot en obrat okoli ovitka, gibanje ne bi bilo kvazistacionarno, kar je v nasprotju z začetno predpostavko.

V času ene periode se torej odvije $L = AB = 2\pi c/\cos\phi$ preje z navitka. Tedaj je točka dviga v točki B na prerezu valja, oziroma v njej ekvivalentni točki C (točki B in C sta ena in ista točka, če v mislih prerez ponovno zvijemo v valj). V času ene periode se je torej točka dviga premaknila za $M = AC = 2\pi c\tan\phi$ vzdolž površine navitka. V kvazistacionarnem približku si lahko mislimo, da se je ločna dolžina balona s povečala za M, ostala preja dolžine $L - M$ pa se je odvila skozi vodilo. Hitrost preje je zato $V = (L - M)/t$. Iskana kotna hitrost preje je tedaj

$$\omega = \frac{2\pi}{t} = \frac{2\pi V}{L-M} = \frac{V}{c/\cos\phi - c\tan\phi} = \frac{V}{c}\frac{\cos\phi}{1-\sin\phi} \qquad (1)$$

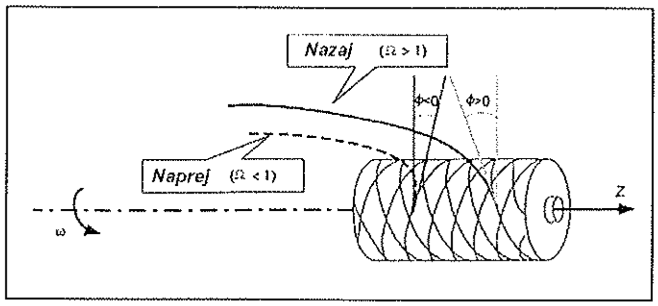
Če vpeljemo brezdimenzijsko kotno hitrost $\Omega = \omega c/V$, se zgornja formula zapiše kot

$$\Omega = \frac{\cos\phi}{1-\sin\phi} \qquad (2)$$

Pri paralelnih navitkih je kot navijanja $\phi = 0°$, in dobimo $\omega = V/c$. Rezultat je pričakovan, saj je v tem primeru odvijalna hitrost V kar enaka obodni hitrosti točke dviga $c\omega$. Brezdimenzijska hitrost je v tem primeru $\Omega = 1$. V resnici je kot navijanja tudi pri paralelnih navitkih od nič različen, saj bi kot 0° pomenil, da se preja navija kar sama nase v obliki diska. Dejanski kot ϕ lahko enostavno ocenimo za zaprto paralelno navijanje, pri katerem je kot takšen, da preja v vsaki plasti tvori gosto vijačnico. Pri navitkih z radijem c = [200] mm in premerom preje na primer d = [0.2] mm, je $\phi \sim 0.2/2\pi\ 200$ rad $\sim 0.01°$. Pri takšnem kotu se količina $\Omega = \cos\phi/(1 - \sin\phi)$ razlikuje od 1 šele na četrtem mestu za decimalno vejico. Kot ϕ je torej tako majhen, da lahko za vse praktične namene smatramo, da je enak nič.

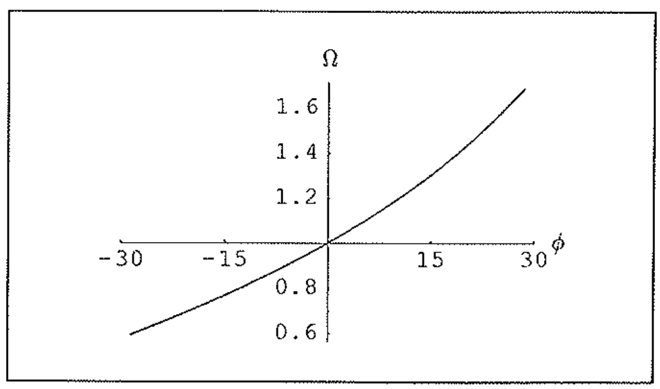
Tudi navitke z nekoliko večjim kotom navijanja lahko obravnavamo kot paralelne navitke. Pravi križni navitki so tisti, pri katerih je kot navijanja že tako velik, da prihaja do značilnih nihanj kotne hitrosti med odvijanjem in posledičnih nihanj napetosti v preji [1].

Zgornje ugotovitve moramo upoštevati pri obravnavi različnih oblik navitkov. Pri paralelnih navitkih je $\Omega = 1$. Pri križnih navitkih parameter Ω izračunamo po formuli (2) za vsako plast posebej. Pri odvijanju naprej (proti vodilu) je $\Omega < 1$, pri odvijanju nazaj (stran od vodila) pa je $\Omega > 1$ (slika 3). Rezultati za tipične kote navijanja so prikazani na sliki 4 in navedeni v preglednici 1.



Slika 3: Brezdimenzijska kotna hitrost pri odvijanju nazaj in naprej

Brezdimenzijska kotna hitrost Ω je večja od 1 pri odvijanju nazaj in manjša od 1 pri odvijanju naprej. V nadaljevanju k temu navajamo razlago. Predstavljajmo si, da prejo vlečemo s konstantno hitrostjo V. Pri odvijanju naprej dobimo pri vsakem vrtljaju preje okoli osi



Slika 4: Brezdimenzijska kotna hitrost v odvisnosti od kota navijanja

več preje, kot bi jo dobili v istem času s paralelnega navitka. Ker je hitrost V konstantna, lahko s križnega navitka odvijamo prejo naprej z manjšo kotno hitrostjo kot s paralelnega. Zato je brezdimenzijska kotna hitrost $\Omega = c\omega/V$ manjša od 1. Po analogiji dokažemo, da za odvijanje nazaj s križnih navitkov velja $\Omega > 1$ [2].

Na sliki 4 je prikazana odvisnost brezdimenzijske kotne hitrosti $\Omega = \omega c/V$ od kota navijanja ϕ. Pri majhnih kotih velja $\Omega = 1$.

Preglednica 1: Brezdimenzijska kotna hitrost v odvisnosti od kota navijanja ϕ

Kot ϕ	Ω pri odvijanju nazaj	Kot ϕ	Ω pri odvijanju naprej
~0°	1	~0°	1
10°	1.19	–10°	0.84
20°	1.42	–20°	0.70
30°	1.73	–30°	0.58
40°	2.14	–40°	0.47

3.0 SKLEP

Za primer valjastega navitka smo podrobno izpeljali izraz, ki opisuje odvisnost kotne hitrosti vrtenja balona od različnih geometrijskih parametrov, s katerimi opišemo navitek. Tako smo ugotovili, da se paralelni in križni navitki razlikujejo po značilnih nihanjih kotne hitrosti (in posledično napetosti v preji) med odvijanjem.

Viri:

[1] PRAČEK, S. *Modifikacija dinamike odvijanja preje : doktorsko delo.* Ljubljana : Univerza v Ljubljani, Naravoslovnotehniška fakulteta, Oddelek za tekstilstvo, 2002.

[2] KONG, XM. *Steady State Unwinding of Yarn from Cylindrical Packages : theory and experiment.* Clemson : Clemson University, 1997.

Prispelo/Received: 01-2004; sprejeto/accepted: 09-2004