

Teorija odvijanja preje z navitka

1. Izpeljava gibalnih enačb

Odvijanje preje z navitka je ključnega pomena pri številnih tekstilnih procesih, saj stabilnost odvijanja neposredno vpliva na učinkovitost celotnega tekstilnega procesa in na kakovost končnega izdelka. Pri iskanju optimalne oblike navitka in optimalnega načina odvijanja si lahko pomagamo z izračuni na podlagi teoretičnega modela odvijanja. V prvem delu članka bomo izpeljali diferencialne enačbe, ki opisujejo gibanje preje pri procesu odvijanja. V drugem delu bomo opisali ustrezne robne pogoje ter zakon zračnega upora, ki v veliki meri določa obliko balona preje med odvijanjem. Tako bomo dobili model odvijanja preje, ki je dobro matematično definiran, in ki se ga lahko lotimo z orodji numerične matematike. Na ta način lahko simuliramo odvijanje z navitka poljubne konstrukcije in poiščemo optimalno rešitev.

Ključne besede: odvijanje preje, navitki, teorija balonov, napetost v preji

Theory of Yarn Unwinding off a Package and Derivation of Differential Equations

Yarn unwinding off a package plays an essential role in many textile processes. Stability of yarn unwinding has a direct influence upon the efficiency of the entire textile process and upon the quality of a final product. In pursuit of an optimal design of a package and an optimal unwinding process, the calculations based on a theoretical model of unwinding can be of great help. In the first part of the article a system of differential equations that describe unwinding of the yarn will be derived. The second part is devoted to the derivation of suitable boundary conditions and to the law of the air drag that considerably affects the form of the balloon. In this way a mathematically well defined model of yarn unwinding will be obtained which could be solved by using the tools of numerical mathematics. Yarn unwinding off an optionally designed package can be simulated and this knowledge used in order to find an optimal design of packages.

Keywords: yarn unwinding, packages, balloon theory, yarn tension

UDK 677.023

1.0 UVOD

1.1 Zgodovinski pregled teoretičnih del o odvijanju preje

Teorija odvijanja preje z navitkov in teorija balona sta doživela razmah z delom Padfieldove v 50-ih letih [1, 2]. Popravila je Mackove enačbe za balon [3] in jim dodala člen, ki opisuje sistemsko Coriolisovo silo. Poiskala je rešitev za enojni balon pri odvijanju s cilindričnega navitka pri ustaljenih pogojih. Isto teorijo je pozneje uporabila za izračun parametrov večkratnih

zaporednih balonov z navijalnim kotom, različnim od nič, za cilindrične, stožčaste in votle navitke [1]. Kothari in Leaf sta ponovno izpeljala gibalne enačbe za balon, vključila pa sta tudi vpliv težnostne sile ter tangentne komponente sile zračnega upora [4, 5]. S pomočjo obsežnih numeričnih izračunov za cilindrične in stožčaste navitke sta ugotovila, da lahko vpliv teh dveh sil zanemarimo. Pred nedavnim je Fraser uporabil teorijo motenj in pokazal, kako lahko na matematično pravi način iz gibalnih enačb izključimo časovno odvisnost [6]. Izpeljal je premične robne pogoje, ki veljajo za navitke z zelo majhnim kotom navijanja. Fraser

je tudi ugotovil, da je pri elastični preji napetost v balonu manjša, prav tako pa tudi njegov radij.

1.2 Privzetki

Pri izpeljevanju enačb gibanja za prejo bomo uporabili nekaj smiselnih privzetkov:

1. Preja je brez upogibne togosti in ima konstantno gostoto in premer.
2. Preja je neraztegljiva [6].
3. Zanemarili bomo silo težnosti [4, 5].
4. Preja se giblje v stoječem zraku. Uporabili bomo kvadratni zakon zračnega upora [7, 8].

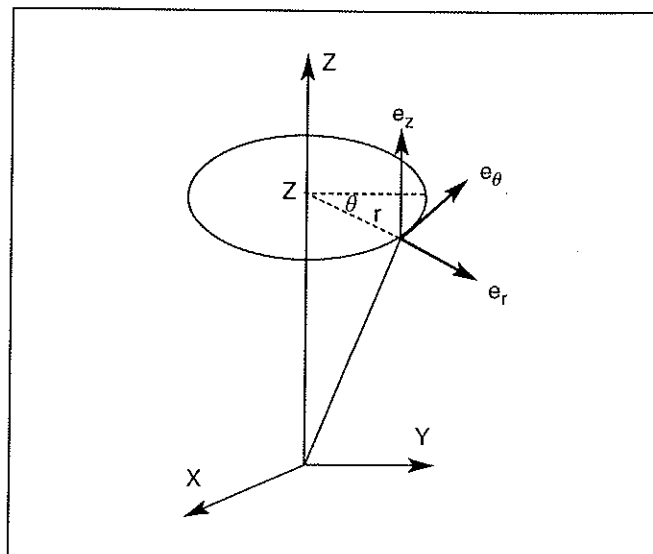
2.0 IZBIRA KOORDINATNEGA SISTEMA IN MATEMATIČNI OPIS LEGE PREJE

Postavitev koordinatnega sistema pri odvijanju preje s cilindričnega navitka je prikazana na sliki 1.

Gibanje preje pri odvijanju običajno obravnavamo v vrtečih se koordinatnih sistemih, kar pomeni, da so bazni vektorji e_i časovno odvisni [9], tako da velja

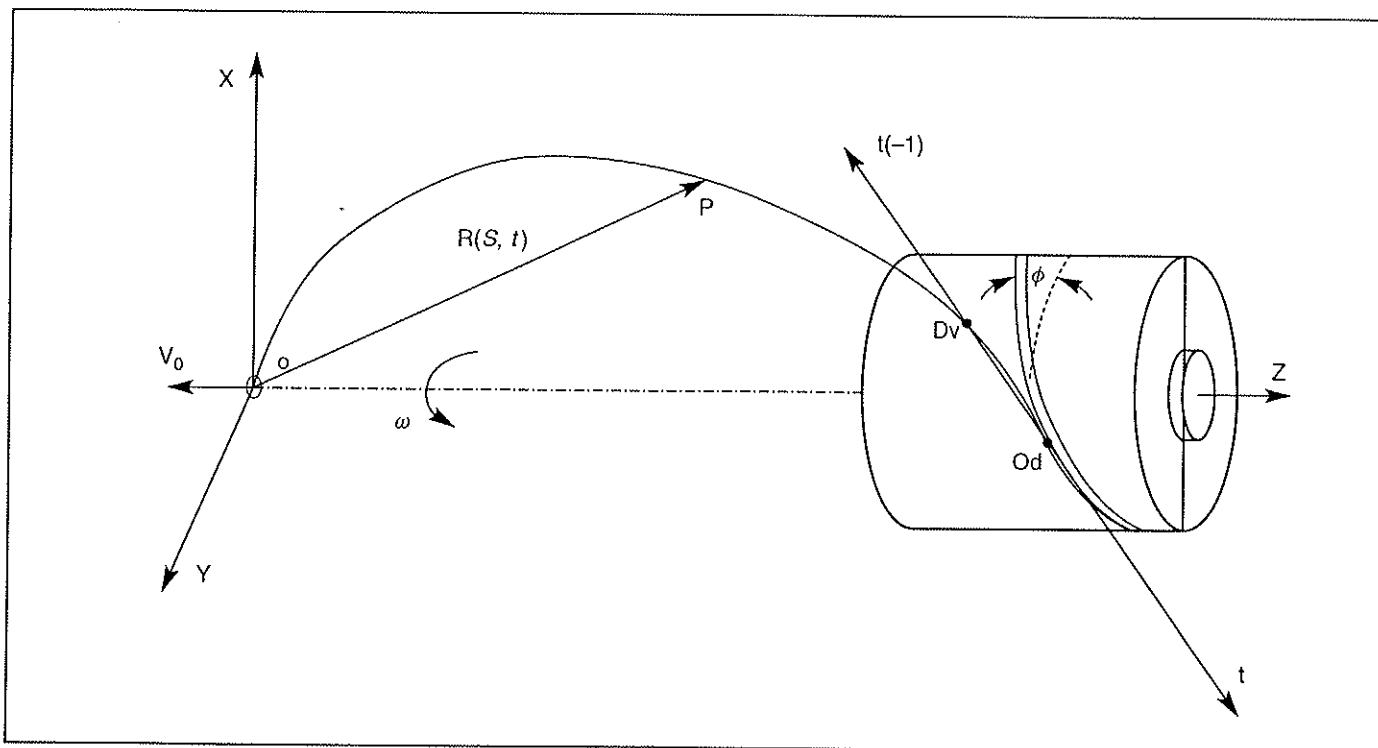
$$\frac{\partial e_i(t)}{\partial t} = \omega \times e_i(t) \quad (1)$$

kjer je ω vektor kotne hitrosti, ki je v našem primeru enak $\omega = \omega e_z$, ω pa je kotna hitrost, s katero se odvija preja.



Slika 2: Cilindrični koordinatni sistem
Vsaka točka ima lastno trojico baznih vektorjev e_r , e_θ , e_z .

Preja je z matematičnega vidika prostorska krivulja, ki jo lahko zapišemo v parametrični obliki $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s)$, kjer je s ločna dolžina [10], torej dolžina preje od izhodišča v vodilcu O do izbrane točke na preji, ki jo določa radij vektor \mathbf{r} (slika 1). Položaj izbrane točke na preji se med odvijanjem spreminja s časom, tako da imamo še dodatni parameter, čas t , in lahko zapišemo $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s, t) = x(s, t)\mathbf{e}_x(t) + y(s, t)\mathbf{e}_y(t) + z(s, t)\mathbf{e}_z(t)$.



Slika 1: Odvijanje preje s cilindričnega navitka

Prejo odvijamo s hitrostjo V skozi vodilec O , ki je tudi izhodišče koordinatnega sistema. Točka Dv je točka dviga, to je točka, v kateri preja zapusti površino navitka in naprej tvori balon. Točka Od je točka, kjer se preja začne odvijati in drseti po navitku. Kot ϕ je kot navijanja preje na cilindrični navitek. Vektor t je tangenti vektor na prejo v točki odvijanja.

Ker je postavitev navitka in vodilca takšna, da ima naš primer os simetrije z , je prikladno, da namesto kartezičnega koordinatnega sistema uporabimo cilindrični koordinatni sistem z osjo z . V cilindričnem koordinatnem sistemu točko opišemo s koordinatami r (oddaljenost točke od osi z), polarnim kotom θ in višino točke z , kot je prikazano na sliki 2.

V vektorski obliki to zapišemo kot

$$\mathbf{r}(s, t) = r(s, t)\mathbf{e}_r(\theta(s, t), t) + z(s, t)\mathbf{e}_z(t) \quad (2)$$

Tu moramo poudariti, da izbrani točki s koordinatami r, θ, z pripada lastna trojica enotskih baznih vektorjev $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_z$ (slika 2). Bazna vektorja \mathbf{e}_r in \mathbf{e}_θ sta odvisna tako od časa t kot od koordinate θ , kar je razvidno tudi iz zgornjega zapisa vektorja $\mathbf{r}(s, t)$.

3.0 KINEMATIKA: HITROST IN POSPEŠEK TOČKE NA PREJI

Obravnavajmo gibanje točke, na katero kaže krajevni vektor $\mathbf{r}(s, t)$. Hitrost je popolni odvod krajevnega vektorja po času [9]:

$$\mathbf{v}(s, t) = \frac{d\mathbf{r}(s, t)}{dt} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \frac{ds}{dt} \quad (3)$$

Ker prejo vlečemo s hitrostjo V proti vodilcu, velja $ds/dt = -V$, in sledi

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} - V \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \quad (4)$$

S pikami nad spremenljivkami označujemo delne odvode po času. Zapišemo lahko

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_r &= \frac{\partial \mathbf{e}_r}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{e}_r}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} \\ &= \omega \times \mathbf{e}_r + \dot{\theta} \mathbf{e}_\theta \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_\theta &= \frac{\partial \mathbf{e}_\theta}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{e}_\theta}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} \\ &= \omega \times \mathbf{e}_\theta - \dot{\theta} \mathbf{e}_r \end{aligned}$$

Tu smo upoštevali enačbo [1], ki velja za vse vrteče se koordinatne sisteme, tako kartezične kot cilindrične, in enačbi

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{e}_r}{\partial \theta} &= \mathbf{e}_\theta \\ \frac{\partial \mathbf{e}_\theta}{\partial \theta} &= -\mathbf{e}_r \end{aligned} \quad (6)$$

ki sta osnovna lastnost cilindričnih koordinatnih sistemov, in ju dobimo, če naredimo infinitezimalno

(neskončno majhno) rotacijo koordinatnega sistema okoli osi z za kot $\delta\theta$. Člen \mathbf{r} se potem zapiše kot

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}} &= \dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\mathbf{e}}_r + \dot{z}\mathbf{e}_z + z\dot{\mathbf{e}}_z \\ &= \dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta + \dot{z}\mathbf{e}_z + \omega \times (r\mathbf{e}_r + z\mathbf{e}_z) \\ &= \mathbf{v}_{rel} + \omega \times \mathbf{r} \end{aligned} \quad (7)$$

Vpeljali smo relativno hitrost $\mathbf{v}_{rel} = \dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta + \dot{z}\mathbf{e}_z$, to je hitrost izbrane točke glede na vrteči se koordinatni sistem. Celotna hitrost je potem

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{rel} + \omega \times \mathbf{r} - V \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \quad (8)$$

Pospešek je popolni odvod hitrosti po času [9]:

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \frac{d\mathbf{v}}{dt} \\ &= \frac{d}{dt} \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} - V \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) - V \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} - V \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \right) - V \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} - V \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \right) \\ &= \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2} - 2V \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t \partial s} + V^2 \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial s^2} \end{aligned} \quad (9)$$

Člen $\partial^2 \mathbf{r} / \partial t^2$ lahko z uporabo enačb (1) in (6) zapišemo kot

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \dot{\mathbf{r}} &= \frac{\partial}{\partial t} (\dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta + \dot{z}\mathbf{e}_z + \omega \times \mathbf{r}) \\ &= \ddot{r}\mathbf{e}_r + \dot{r} \frac{\partial \mathbf{e}_r}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \dot{r} \frac{\partial \mathbf{e}_r}{\partial t} + \dot{r}\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta + r\ddot{\theta}\mathbf{e}_\theta + \\ &+ r\dot{\theta} \frac{\partial \mathbf{e}_\theta}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} + r\dot{\theta} \frac{\partial \mathbf{e}_\theta}{\partial t} + \ddot{z}\mathbf{e}_z + \dot{z}\dot{\mathbf{e}}_z + \dot{\omega} \times \mathbf{r} + \omega \times \dot{\mathbf{r}} \\ &= \ddot{r}\mathbf{e}_r + \dot{r}\omega \times \mathbf{e}_r + \dot{r}\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta + \dot{r}\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta + r\ddot{\theta}\mathbf{e}_\theta \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} &- r\dot{\theta}^2\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\omega \times \mathbf{e}_\theta + \dot{z}\mathbf{e}_z + \dot{z}\dot{\mathbf{e}}_z + \dot{\omega} \times \mathbf{r} + \omega \times \dot{\mathbf{r}} \\ &= (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\mathbf{e}_\theta + \ddot{z}\mathbf{e}_z \\ &+ \omega \times (\dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta + \dot{z}\mathbf{e}_z) + \omega \times (\mathbf{v}_{rel} + \omega \times \mathbf{r}) + \dot{\omega} \times \mathbf{r} \\ &= \mathbf{a}_{rel} + 2\omega \times \mathbf{v}_{rel} + \omega \times (\omega \times \mathbf{r}) + \dot{\omega} \times \mathbf{r} \end{aligned}$$

Uvedli smo relativni pospešek

$$\mathbf{a}_{rel} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\mathbf{e}_\theta + \ddot{z}\mathbf{e}_z$$

Člen z mešanimi odvodi lahko izrazimo tudi kot

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial s \partial t} &= \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial s} (\mathbf{v}_{\text{rel}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \\ &= \frac{\partial \mathbf{v}_{\text{rel}}}{\partial s} + \boldsymbol{\omega} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \end{aligned} \quad (11)$$

Celotni pospešek je torej

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \mathbf{a}_{\text{rel}} + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_{\text{rel}} - 2V\boldsymbol{\omega} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \\ &+ \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r} - 2V \frac{\partial \mathbf{v}_{\text{rel}}}{\partial s} + V^2 \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial s^2} \end{aligned} \quad (12)$$

Uvedemo lahko operator popolnega časovnega odvoda D , ki sledi gibanju izbrane točke znotraj vrtečega se koordinatnega sistema [6]:

$$D = \frac{\partial}{\partial t} \Big|_{r, \theta, z} - V \frac{\partial}{\partial s} \quad (13)$$

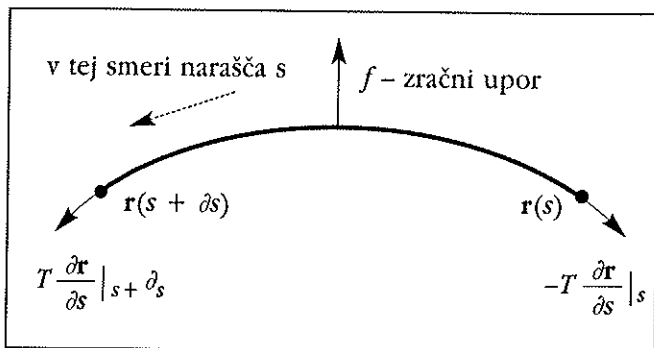
Tu smo poudarili, da moramo po času parcialno odvajati samo cilindrične koordinate r, θ in z , ne pa tudi cilindričnih baznih vektorjev $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta$ in \mathbf{e}_z . Na ta način dosežemo, da operator D sledi gibanju točke znotraj vrtečega se koordinatnega sistema. Tako dobimo relaciji

$$\begin{aligned} D\mathbf{r} &= \mathbf{v}_{\text{rel}} - V \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \\ D^2\mathbf{r} &= \mathbf{a}_{\text{rel}} - 2V \frac{\partial \mathbf{v}_{\text{rel}}}{\partial s} + V^2 \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial s^2} \end{aligned} \quad (14)$$

S pomočjo operatorja D lahko pospešek zapišemo v krajši obliki:

$$\mathbf{a} = D^2\mathbf{r} + 2\boldsymbol{\omega} \times (D\mathbf{r}) + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r} \quad (15)$$

4.0 DINAMIKA: SILE NA INFINITEZIMALNO KRATKEM ODSEKU PREJE



Slika 3: Sile na odseku preje
Na odsek preje delujejo sile zaradi napetosti in sila zračnega upora.

Na infinitezimalno kratek odsek preje z dolžino δs delujejo sile zaradi napetosti T ter sile zaradi zračnega upora, slika 3. Sila zaradi napetosti je vedno v smeri preje, torej v smeri tangentskega vektorja na prejo $\mathbf{t} = \partial \mathbf{r} / \partial s$. Če obravnavamo odsek preje med ločnima dolžinama s in $s + \delta s$, potem deluje na odsek na prvem robu sila

$$-\left(T \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \right) (s) \quad (16)$$

kjer dobimo predznak $-$ zato, ker napetost nateguje odsek preje. To pomeni, da v točki $\mathbf{r}(s)$ napetost ustvarja silo, ki kaže v nasprotno smer kot tangentski vektor $\mathbf{t} = \partial \mathbf{r} / \partial s$.

Na drugem robu pa imamo silo

$$\left(T \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \right) (s + \delta s) \quad (17)$$

Masa kratkega odseka preje je $m = \rho \delta s$, kjer je ρ linearna gostota mase. Drugi Newtonov zakon lahko torej zapišemo kot

$$\delta s \rho \mathbf{a} = \left(T \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \right) (s + \delta s) - \left(T \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \right) (s) + \delta \mathbf{F} \quad (18)$$

kjer je $\delta \mathbf{F}$ sila zračnega upora. Zgornjo enačbo sedaj delimo z δs . Iz prvih dveh členov na desni dobimo po definiciji odvoda kar $\partial / \partial s (T \partial \mathbf{r} / \partial s)$. Vpeljemo lahko tudi linearno gostoto sile zračnega upora $\mathbf{f} = \mathbf{F} / \delta s$. Dobimo enačbo

$$\rho \mathbf{a} = \frac{\partial}{\partial s} \left(T \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \right) + \mathbf{f} \quad (19)$$

Če v tej enačbi upoštevamo izpeljani izraz za pospešek, dobimo

$$\begin{aligned} \rho (D^2\mathbf{r} + 2\boldsymbol{\omega} \times D\mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}) &= \\ = \frac{\partial}{\partial s} \left(T \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \right) + \mathbf{f} \end{aligned} \quad (20)$$

To je enačba gibanja preje, ki smo jo iskali. Prvi člen na levi predstavlja relativni pospešek, podobno kot običajni drugi odvod po času v inercialnih koordinatnih sistemih. Naslednji trije členi so sistemske (navidezne) sile, ki se pojavijo v neinercialnih vrtečih se sistemih:

1. $-\rho 2\boldsymbol{\omega} \times D\mathbf{r}$ predstavlja Coriolisovo silo. To silo poznamo tudi na zemeljski obli: zaradi vrtenja Zemlje okrog svoje osi je tir predmetov, ki letijo vodoravno, ukrivljen proti desni na severni polobli, in proti levi na južni polobli.
2. $-\rho \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$ kaže v radialni smeri navzven: to je dobro znana centrifugalna sila.

3. $-\rho\dot{\omega} \times \mathbf{r}$ ustvari sistemsko silo v sistemih, katerih kotna hitrost se spreminja s časom (na Zemlji je skorajda ni).

5.0 POGOJ ZA NERAZTEGLJIVOST

Privzeli smo, da je preja neraztegljiva. Poglejmo, kaj to pomeni z matematičnega vidika. Izberimo si dve bližnji točki na preji, A s parametrom s in B s parametrom $s+\delta s$. Ker je parameter s ločna dolžina od izhodišča koordinatnega sistema, ki smo ga postavili na vodilec, je dolžina preje med točkama A in B kar δs . Točki A in B povezuje vektor $\delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B$, tako da je razdalja med točkama A in B enaka $|\delta \mathbf{r}|$. V limiti $\delta s \rightarrow 0$ je razdalja med točkama enaka dolžini preje, ki povezuje točki, zato velja

$$|\delta \mathbf{r}| = \delta s \quad (21)$$

To lahko zapišemo tudi kot $|\delta \mathbf{r}/\delta s| = 1$, s pomočjo relacije $\mathbf{x} \cdot \mathbf{x} = |\mathbf{x}| |\mathbf{x}|$ pa dobimo izraz [6]

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} = 1 \quad (22)$$

Odvajamo izraz (2) po parametru s :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} &= \frac{\partial r}{\partial s} \mathbf{e}_r + r \frac{\partial \mathbf{e}_r}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial s} \mathbf{e}_z \\ &= \frac{\partial r}{\partial s} \mathbf{e}_r + r \frac{\partial \mathbf{e}_r}{\partial s} \frac{\partial \theta}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial s} \mathbf{e}_z \\ &= \frac{\partial r}{\partial s} \mathbf{e}_r + r \frac{\partial \theta}{\partial s} \mathbf{e}_\theta + \frac{\partial z}{\partial s} \mathbf{e}_z \end{aligned} \quad (23)$$

in izračunamo skalarni produkt iz enačbe (22), tako dobimo iskani pogoj za nerazteznost:

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} = \left(\frac{\partial r}{\partial s}\right)^2 + r^2 \left(\frac{\partial \theta}{\partial s}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial s}\right)^2 = 1 \quad (24)$$

Viri

- [1] PADFIELD, DG. The motion and tension of an unwinding thread. *Proc. R. Soc. Lond.*, 1958, vol. A245, p. 382-407.
- [2] PADFIELD, DG. A note on the fluctuations of tension during unwinding. *The Journal of the Textile Institute*, 1956, vol. 47, no. 6, p. 301-308.
- [3] DE BARR, AE. in CATLING, H. Manual of cotton spinning : Volume Five. Butterworth, 1965.
- [4] KOTHARI, VK. in LEAF, GAV. The unwinding of yarns from packages, Part I : The theory of yarn-unwinding. *Journal of Textile Institute*, 1979, no. 3, p. 89- 95.
- [5] KOTHARI, VK. in LEAF, GAV. The unwinding of yarns from packages, Part II : Unwinding from cylindrical packages. *The Journal of the Textile Institute*, 1979, no. 3, p. 96 - 104.
- [6] FRASER, WB., GHOSH, TK. in BATRA, SK. On unwinding yarn from cylindrical package. *Proc. R. Soc. Lond.*, 1992, A, vol. 436, 479 - 498.
- [7] STRNAD, J. *Fizika, prvi del : Mehanika, toplota*. Ljubljana : Društvo matematikov, fizikov in astronomov, 1995.
- [8] ROBERSON, JA. in CROWE, CT. *Engineering fluid dynamics. 2nd edition*. Boston : Houghton Mifflin Company, 1980.
- [9] PAHOR, S. *Uvod v analitično mehaniko*. Ljubljana : Društvo matematikov, fizikov in astronomov, 1995.
- [10] BRONŠTEJN, IN. in SEMENDJAJEV, KA. *Matematični priročnik*. Ljubljana : Tehniška založba Slovenije, 1994.

Prispelo/Received: 11-2001; sprejeto/accepted: 04-2002